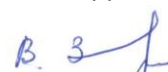


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
алгебры и математических
методов гидродинамики



В.Г.Звягин
подпись, расшифровка подписи

18.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ФТД. 02 Начально-краевые задачи уравнений гидродинамики

- 1. Код и наименование направления подготовки:**
01.04.01 Математика
- 2. Профиль подготовки:** Математические модели гидродинамики_
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра алгебры и математических методов гидродинамики
- 6. Составители программы:** профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.
- 8. Учебный год:** 2026-2027 **Семестр(ы):** 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения курса являются:

- ознакомление с использованием аппроксимационно-топологического метода исследования разрешимости начально-краевых задач уравнений гидродинамики;
- дать качественные математические и естественнонаучные знания, востребованные обществом;
- дать современные теоретические знания в области уравнений гидродинамики и практические навыки в решении и исследовании начально-краевых задач;
- сформировать социально-личностные качества выпускников: целеустремленность, организованность, трудолюбие, коммуникабельность, умение работать в коллективе, ответственность за конечный результат своей профессиональной деятельности, способность самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

Задачами освоения курса являются:

- сформулировать у студента целостное понимание о математической дисциплине, устойчивые математические навыки, необходимые для изучения других специальных дисциплин;
- развитие у учащихся навыков использования аппроксимационно-топологического метода при исследовании моделей жидкости второго порядка.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Начально-краевые задачи уравнений гидродинамики» относится к факультативам. Для успешного изучения дисциплины необходимо знание следующих курсов: математический анализ, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, дифференциальные уравнения в частных производных, аппроксимационно-топологический метод для разрешимости уравнений гидродинамики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен решать задачи аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач математической гидродинамики	ПК-1.1	Обладает большим объемом знаний в области математической гидродинамики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области математической гидродинамики Уметь: формулировать постановки основных задач математической гидродинамики, формулировать и доказывать теоремы предметной области Владеть: источниками информации, теоретическими подходами к исследованию математической гидродинамики
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы проведения научных экспериментов, подходы к анализу научно-исследовательских работ Уметь: находить, формулировать и исследовать разрешимость в научно-исследовательской деятельности Владеть: методами исследования и решения классических моделей гидродинамики
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы анализа научно-исследовательских работ, основы научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики Уметь: определять и развивать тематику научного исследования Владеть: современными методами научного анализа в области математической гидродинамики

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 2/72.

Форма промежуточной аттестации зачёт.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		1
Аудиторные занятия	26	26
в том числе: лекции	26	26
практические	-	-
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	46	46
Итого:	72	72

13.1 Содержание разделов дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Модель движения жидкости	Описание математической модели движения жидкости.
1.2	Постановка начально- краевой задачи для математической модели движения жидкости	Постановка начально-краевой задачи для математической модели движения жидкости с условием прилипания на границе.
1.3	Аппроксимационная задача	Постановка аппроксимационной задачи для начально-краевой задачи для математической модели движения жидкости
1.4	Определение слабых решений поставленных начально-краевых задач	Подбор функциональных пространств. Определение слабых решений поставленных начально-краевых задач. Операторные уравнения и их свойства.
1.5	Априорные оценки решений рассматриваемых задач. Разрешимость аппроксимационной задачи.	Получение априорных оценок рассматриваемых задач, зависящих и не зависящих от параметра аппроксимации. Разрешимость аппроксимационной задачи.
1.6	Предельный переход.	Предельный переход в аппроксимационной задаче на основе априорных оценок решений, не зависящих от параметра аппроксимации.

13.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Модель движения жидкости	4	-	-	7	11
2	Постановка начально-краевой задачи для математической модели движения жидкости	4	-	-	7	11
3	Аппроксимационная задача	4	-	-	8	12
4	Определение слабых решений поставленных начально-краевых задач	4	-	-	7	11
5	Априорные оценки решений рассматриваемых задач. Разрешимость аппроксимационной задачи.	6	-	-	9	15
6	Предельный переход.	4	-	-	8	12
	Итого:	26	-	-	46	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 46 часов. Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Начально-краевые задачи

уравнений гидродинамики» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы, самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольной работе заданий). На лекциях рассказывается теоретический материал и решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Начально-краевые задачи уравнений гидродинамики» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Вопросы аудиторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к зачету.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (зачета). Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, рассмотренные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед выполнением самостоятельной работы обязательно повторить лекционный материал, разобрать примеры, после чего приступить к выполнению заданий. Если возникнут вопросы, обязательно задать на следующем занятии или в присутственный час преподавателю.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин .— М. : КРАСАНД, 2012 .— 416 с
2	Звягин В.Г., Дмитриенко В.Т. Аппроксимационно -топологический подход к исследованию задач гидродинамики. Система Навье-Стокса / М.: УРСС, 2004.—112 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей : учеб. пособие по специальности 010100 – Математика / В.Г.Звягин, Д.А.Воротников.- Воронеж : ЛОП.ВГУ, 2004. – 42 с.
2	Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости / О.А. Ладыженская.—М.: Наука, 1970.—288с
3	Фурсиков А. В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения: учеб. пособие для мат. специальностей вузов / А. В. Фурсиков.— Новосибирск: Науч. кн., 1999.—350 с.
4	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам.—М.: Мир, 1981.—408 с.
5	Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Грёгер, К. Захариас.-М.: Мир, 1978. – 336 с.
6	Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.- М.: Мир, 1972. – 587 с.
7	Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике / К.Ректорис.-М.: Наука, 1985. - 589 с.
8	Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С.Л.Соболев.-М.: Наука, 1988. – 333 с.

в)информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1.	Электронный каталог ЗНБ ВГУ http://www.lib.vsu.ru/?p=4
2.	Электронно-библиотечная система издательства «Лань» https://lanbook.lib.vsu.ru/
3.	Сайт факультета https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин .— М. : КРАСАНД, 2012 .— 416 с
2	Электронный каталог ЗНБ ВГУ http://www.lib.vsu.ru/?p=4
3	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Фонд оценочных средств:

Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Модель движения жидкости второго порядка	ПК-1	ПК-1.1	контрольная работа
2	Постановка начально-краевой задачи для математической модели движения жидкости второго порядка	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	контрольная работа
3	Аппроксимационная задача	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	контрольная работа
4	Определение слабых решений поставленных начально-краевых задач	ПК-1	ПК-1.3	контрольная работа
5	Априорные оценки решений рассматриваемых задач. Разрешимость аппроксимационной задачи.	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2	контрольная работа
6	Предельный переход.	ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля - зачет		Зачет выставляется при успешной сдаче контрольной работы		

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Примерный перечень задач для контрольной работы:

Контрольно-измерительный материал № 1.

1. Операторная трактовка аппроксимационной задачи.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с теоретическим вопросом и предлагается ответить на данный вопрос. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Начально-краевые задачи уравнений гидродинамики» проводится в форме зачёта. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачёта учитываются результаты контрольной работы.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе, то выставляется зачёт. Если обучающийся не имеет положительной оценки по контрольной работе, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе зачёта.

Примерный перечень вопросов:

1	Модель движения жидкости.
2	Постановка начально-краевой задачи для математической модели движения жидкости.
3	Аппроксимационная задача.
4	Определение слабых решений поставленных начально-краевых задач.

5	Априорные оценки решений рассматриваемых задач. Разрешимость аппроксимационной задачи.
6	Предельный переход.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи лабораторной работы;
- 3) умение работать с информационными ресурсами;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой. Усвоение взаимосвязей основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.	Зачтено
Пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	Не зачтено

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1. Дана система

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - v \Delta v_j - \alpha \frac{\partial \Delta v_j}{\partial t} \\ - \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} + \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} p = f_j; \\ \operatorname{div} v(t, x) = 0. \end{aligned}$$

Что обозначает v_j ?

Ответ: **Скорость**.

2. Дана система

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - v \Delta v_j - \alpha \frac{\partial \Delta v_j}{\partial t} \\ - \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} + \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} p = f_j; \\ \operatorname{div} v(t, x) = 0. \end{aligned}$$

Что обозначает p ?

Ответ: **Давление**.

3. Дана система

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \nu \Delta v_j - \alpha \frac{\partial \Delta v_j}{\partial t}$$

$$- \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} + \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} p = f_j;$$

$$\operatorname{div} v(t, x) = 0.$$

Что обозначает f ?

Ответ: **Внешние силы.**

4. Дана система

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \nu \Delta v_j - \alpha \frac{\partial \Delta v_j}{\partial t}$$

$$- \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} + \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} p = f_j;$$

$$\operatorname{div} v(t, x) = 0.$$

Что обозначает ν ?

Ответ: **Вязкость.**

5. Дана система

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \nu \Delta v_j - \alpha \frac{\partial \Delta v_j}{\partial t}$$

$$- \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} + \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} p = f_j;$$

$$\operatorname{div} v(t, x) = 0.$$

Что обозначает α ?

Ответ: **коэффициент нормального напряжения.**

6. Дана система

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \nu \Delta v_j - \alpha \frac{\partial \Delta v_j}{\partial t}$$

$$- \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} + \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} p = f_j;$$

$$\operatorname{div} v(t, x) = 0.$$

Какое условие накладывается на ν ?

а) $\nu \leq 0$;

б) $\nu > 0$.

Ответ: б)

7. Дана система

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \nu \Delta v_j - \alpha \frac{\partial \Delta v_j}{\partial t}$$

$$-\alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} + \alpha \sum_{i=1}^n v_i \frac{\partial \Delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} p = f_j;$$

$$\operatorname{div} v(t, x) = 0.$$

Какое условие накладывается на α ?

а) $\alpha \leq 0$;

б) $\alpha > 0$.

Ответ: б)

8. Операторное уравнение имеет вид:

$$Jv' + \alpha Av' + vAv + \varepsilon Nv' + B_1(v) - \alpha B_2(v) + \alpha B_3(v) = f$$

Оператор N имеет вид:

а) $\int_{\Omega} \nabla \Delta u : \nabla \varphi dx$;

б) $\int_{\Omega} \nabla (\Delta^2 u) : \nabla \varphi dx$;

в) $\int_{\Omega} \nabla (\Delta^2 u) dx$.

Ответ: б)

9. Операторное уравнение имеет вид:

$$Jv' + \alpha Av' + vAv + \varepsilon Nv' + B_1(v) - \alpha B_2(v) + \alpha B_3(v) = f$$

Оператор B_1 имеет вид:

а) $\sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} dx$;

б) $\sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \varphi_j dx$;

в) $\sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \varphi_j dx$.

Ответ: б)

10. Операторное уравнение имеет вид:

$$Jv' + \alpha Av' + vAv + \varepsilon Nv' + B_1(v) - \alpha B_2(v) + \alpha B_3(v) = f$$

Оператор B_2 имеет вид:

а) $\sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} v_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} dx$;

б) $\sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} v_i \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} \varphi_j dx$;

в) $\sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} \frac{\partial \Delta v_j}{\partial x_i} dx$.

Ответ: б)

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.